

# 在庫と需給の変動

Fluctuations of Inventories, Supplies and Demands

上 野 皓 司  
Ueno, Koji

## ABSTRACT

Supplies of securities and commodities which can be stored for long time are appeared to markets from those inventories, and also demands to these goods are added to those inventories. Equilibriums of price and quantity at the market are therefore determined by discharges from inventories and additions to the inventories, and fluctuations of equilibrium are leaded by changes of inventories. Relations of market and inventory are examined in this paper.

証券や個々の財の価格や取引量は絶えず変動し、ときには激しい上下の周期的な循環を示す。バブルやその崩壊、大きく下落した低迷からの回復の過程、はそれぞれの市場によって異なるが、以下では価格や取引量の均衡値の周期的な動きを在庫による主導という視点から一般的に考える。市場循環の要因や過程の描写については過去に多くの研究が存在するが、最初にその一端を概観する。

バブルとその崩壊について、Diba and Grossman (1988) は家計が効用を極大化しようと努力している状況下では配当の支払いによって株価が本来の価値より過大に評価される市場では合理的なバブルの発生と拡大がみられる、と述べ、Gennotte and Leland (1990) は 1987 年 10 月 19 日の米国株式市場の大暴落を分析し、破局は損失を回避しようとする小規模な保険つなぎ (hedging) が価格を低下させ、その価格の低下が投資家の不安を誘発し、連鎖的な価格の下落を引き起こした、と説明し、一般に考えられているより小規模の売りでも大きな暴落に至ることをモデルによって示している。また Topol (1991) は市場の売り手

と買い手の模倣の伝染 (mimetic contagion) という事実に注目し、資金市場のバブルの発生からその破滅までの過程をモデルによって分析している。配当と株価の実績はファンダメンタル価値とは一致しない、という多数の見解が示されており、このことがしばしばバブルや熱気が存在する証拠とされるが、Evans (1991) は独自の視点から配当や株価とバブルの関連を分析している。また Froot and Obstfeld (1991) もファンダメンタル価値から長期間安定的に乖離し持続するバブル現象を説明している。

このような状況が発生する理由として、Odean (1998) は市場関係者の過信 (overconfidence) に着目し、多くの関係者に過信が存在するときは、市場は理性的な取引者や深慮で統計的な情報や、非常に適切な意見には過小に反応し、顕著で逸話的であり適切ではない情報に過大に反応する、と分析している。Abreu and Brunnermeier (2003) は情性取引 (momentum trading) や、過去の傾向を追う動物的精神や熱気、流行、過信等の心理的な偏見を持った代理者がいる市場では、価格が非常に高く、それを修正する能力を持った合理的な裁定取引者 (rational arbitrageurs) がいる場合でも、バブルが最終的には破滅するにもかかわらず中間期には大規模に長く持続する妥当な価値 (fundamental values) からの乖離が存在する、と述べている。一般的な景気の後退について、Kashyap, Lamont and Stein (1994) は 1981 年から 1982 年の米国の後退期に着眼し、この時期には公的な社債市場を利用できない企業は金融引締めのために流動性が不足し在庫変動の制約が生じたために不況が発生し、同様な事態は 1974 年から 1975 年の時期にもみられた、と説明している。

Kamstra, Kramer and Levi (2003) は季節が影響する混乱 (SAD=seasonal affective disorder) と不況 (depression) との関連をニューヨークの S&P 500, NYSE, NASDAQ, AMEX, スtockホルムの Veckans Affrer, ロンドンの FTSE 100, フランクフルトの DAX 30, トロントの TSE 300, オークランドの Capital 40, 東京の日経 225, シドニーの All Ordinaries, ヨハネスブルグの Datastream Global Index の各指標について調査し、各国の株式収益の動きに人の心理等を

通しての SAD の影響がみられ、緯度が高いほどその影響は大きい、と述べている。

長期的な動きとして、Jovanovic and MacDonald (1994) は 1906 年から 1973 年の米国の自動車タイヤ産業に注目し、1906 年には 10 社、1922 年には 275 社、1928 年には 132 社、1973 年には 30 社、のように変化した産業の状況から、タイヤの価格や生産量、自動車の販売台数、発明や革新の歴史的な過程を調査し、市場の動きに関連する産業や企業のライフ・サイクルを分析している。Goetzmann (1993) は 1872 年から 1987 年までのニューヨーク株式市場と 1700 年から 1989 年までのロンドン株式市場の株価指数や収益の資料を調査し、市場価格に長期的な記憶 (memory) が存在するかどうか、すなわち時間的な行動の関連が存在するかどうかを検討し、ロンドン市場には存在するが、ニューヨーク市場には明確な関連は見出せない、と述べている。

在庫が経済全体や個別市場にどのような影響を及ぼすかについて、Laroque and Rabault (1995) は米国の戦後の GNP の資料によりマクロの物的在庫と循環を非線形モデルにより検証しており、Chambers and Bailey (1996) は貯蔵可能な 7 種類の財、コーヒー、砂糖、小麦、トウモロコシ、米、ダイズ、綿花、について、1960 年から 93 年の月別資料を参考に、需給の数量が不明なとき過去の価格の動きのみから将来の価格の予測がどのような範囲内で可能かを検討している。

## 1. 市場の構成要素

証券や耐久消費財等のかなりの期間在庫が可能な商品の市場での需給は、その多くは在庫からの放出や在庫への追加であると考えられる。したがって市場での均衡は在庫からの放出や在庫への追加に依存する。以下ではまず需給と在庫の関連を考える。

### 1-1. 需給の発生源

市場の一例として株式市場に着目すれば、市場価格はその時点の需給によって決められ、需給がどのような状況にあるかが取引価格と取引量を左右する。それでは需給はどこから発生するであろうか。

市場を主導するのは需要であるが、供給がなければ取引は成立しない。取引対象商品があって始めて市場が開かれる。それでは供給はどこから生じるであろうか。株式の発行市場はその銘柄の市場を開く。発行者が唯一の供給者である。しかし一度売却された株式が再び市場に出現するときは、発行市場での最初の買い手が次の流通市場での供給者になっており、最初に購入された株式は最初の買い手の在庫のなかから供給されている。最初の買い手がどれだけの期間保持していたかは買い手によって異なり、流通市場に初めて供給商品として提供される時期は各株式によって多様である。同じことが始めて流通市場で売却された株式についていえる。流通市場に再び供給として出現する時期も各株式によって多様である。流通市場にのみ着目すれば、供給される株式はすべて長短のある期間購入者の手元に保有されていた。すなわち在庫であった。流通市場では供給はすべて在庫を源にしている。

市場での株式の購入者は一般に次の売却までの目標期間を設定している。目先の利益を求める購入者は一時的にしか保有せず、少しでも利益が上がればすぐに売却し、当分価格が低下するとみれば損失を計上しても売却する。資産や経営支配のためであれば、多少の価格変動は無視して長期に保有する。そこで供給者の目標としての保有期間の長短により、①一時的在庫、②短期的在庫、③長期在庫、と3種類に分類し、それぞれの目標期間の在庫からの $t$ 時点の放出量を、 $Z_1 \nabla q(t)$ 、 $Z_2 \nabla q(t)$ 、 $Z_3 \nabla q(t)$ 、放出量の総量を $Z \nabla q(t)$ と表せば、 $t$ 時点の放出総量は

$$Z \nabla q(t) = Z_1 \nabla q(t) + Z_2 \nabla q(t) + Z_3 \nabla q(t) \quad (1)$$

となる。ここで短期的在庫は一時的在庫と長期在庫の中間的な目標期間の在庫である。 $t$ 時点の供給量を $Sq(t)$ と表せば、

$$Sq(t) = Z \nabla q(t) = Z_1 \nabla q(t) + Z_2 \nabla q(t) + Z_3 \nabla q(t) \quad (2)$$

である。

需要者は2種類あり、第一はすでにその銘柄を保有している需要者、第二はその銘柄を保有していない需要者、である。需要者はまた供給者であり、絶えず市場で立場を転じているが、第二の需要者は在庫を持たないために、供給者となる側面を考慮しない点で、第一の需要者と異なる。しかし第二の需要者も購入すればそれを再度売却する目標期間を有しており、すべての需要者は供給者と同じ3種類の在庫へ購入分を振り分けるが、 $t$ 時点に需要者として市場に出現している間は、第一の需要者は3種類の在庫への追加を希望して市場に出現し、第二の需要者はいずれの在庫への追加かを深く考慮しないまま市場に出現していると想定することができる。

$t$ 時点の第一の需要は3種類の在庫への追加を目的にしており、それぞれの追加需要を  $Z_1 \Delta q(t)$ ,  $Z_2 \Delta q(t)$ ,  $Z_3 \Delta q(t)$ , その総量を  $Z \Delta q(t)$  と表せば、

$$Z \Delta q(t) = Z_1 \Delta q(t) + Z_2 \Delta q(t) + Z_3 \Delta q(t) \quad (3)$$

である。 $t$ 時点の需要総量を  $Dq(t)$ , 第一の需要を  $D_Z q(t)$ , 第二の需要を  $D_X q(t)$  と表せば、

$$\begin{aligned} Dq(t) &= D_Z q(t) + D_X q(t) \\ &= Z_1 \Delta q(t) + Z_2 \Delta q(t) + Z_3 \Delta q(t) + D_X q(t) \end{aligned} \quad (4)$$

である。

## 1-2. 在庫の放出と追加

在庫からの供給量は取引価格によって異なる。一般に価格が高ければ在庫からの放出量は多い。しかし供給の源は3種類の在庫であるために、それぞれの在庫からの供給量は価格によって異なった変化を示す。在庫からの放出は市場価格、資金状態、経営目標等それぞれの在庫によって多様に異なるが、ここでは各在庫からの放出量は多くの要因を考慮して市場価格の関数として表現されると考える。それぞれの在庫の市場価格への反応は異なるが、一般に一時的在庫

は小さな価格の変化にも鋭敏であり、短期的在庫は比較的大きな変化にのみ反応し、長期在庫はかなり大きな変化にしか反応しない。在庫の放出は現時点の市場価格だけではなく最近の動きや近い将来を予想して行われると考えられるが、以下ではそのような要因をも考慮しつつ、放出は現時点の市場価格の関数として表現されると想定する。このとき価格に対応する  $t$  時点の3種類の在庫からの放出量を  $Z_1 \nabla q(p(t))$ ,  $Z_2 \nabla q(p(t))$ ,  $Z_3 \nabla q(p(t))$  と表せば、 $t$  時点の市場価格  $p(t)$  に対応する3種類の在庫からの放出量は

$$Z \nabla q(p(t)) = Z_1 \nabla q(p(t)) + Z_2 \nabla q(p(t)) + Z_3 \nabla q(p(t)) \quad (5)$$

となる。

在庫への追加も放出と同様に市場価格、資金状態、経営等多くの要因を考慮して行われるが、放出とは異なり購入可能資金が重要である。一般に購入可能資金の大小とは無関係に市場価格に対応する標準的な需要が存在すると考えられるが、投入可能資金が豊富であれば需要は相対的に大きくなる。したがって在庫に追加する要因として市場価格と購入可能資金の二つを想定する。以下では市場価格に対応する在庫に追加する標準的な需要を‘通常の需要’、投入可能資金に関連して在庫に追加する需要を‘資金による需要’と呼ぶ。

それぞれの在庫への追加量はまず市場価格によって変化するが、一般に一時的在庫への追加は市場価格の小さな変動に鋭敏に反応し、短期的在庫への追加はかなり大きな変化によって生じ、長期在庫への追加は市場価格の大幅な変動によって始めて発生すると考えられる。市場価格への反応は現時点の価格だけではなく過去の動きや将来予測等を考慮して発生すると考えられるが、以下では在庫への追加はすべての面を考慮した後、現時点の価格の関数として表現されると想定する。購入可能資金に関連する需要は資金が豊富な時期には同じ市場価格でも多くなる。各在庫の購入可能資金を  $g_1(t)$ ,  $g_2(t)$ ,  $g_3(t)$ , その合計額を  $G(t) = g_1(t) + g_2(t) + g_3(t)$  と表す。このとき在庫への追加需要は市場価格と投入可能資金の関数として、

$$Z \Delta q(G(t), p(t)) = Z_1 \Delta q(g_1(t), p(t)) + Z_2 \Delta q(g_2(t), p(t))$$

$$+Z_3\Delta q(g_3(t), p(t)) \quad (6)$$

と表現することができる。

### 1-3. 市場の変化

供給がすべて在庫からの放出であり、需要が在庫への追加と新たな需要の両者から発生すれば、市場均衡は  $t$  時点の価格と投入可能資金に対応する供給関数と需要関数が等しくなる点で成立し、均衡価格を  $p^*(t)$ 、均衡取引量を  $q^*(t)$  と表せば、需給の均衡状態では、

$$Sq^*(t) = Dq^*(t) = D_Zq^*(t) + D_Xq^*(t)$$

となり、在庫の放出や追加、新規の需要を考慮すれば、

$$\begin{aligned} & Z_1\nabla q(p^*(t)) + Z_2\nabla q(p^*(t)) + Z_3\nabla q(p^*(t)) \\ &= Z_1\Delta q(g_1(t), p^*(t)) + Z_2\Delta q(g_2(t), p^*(t)) \\ & \quad + Z_3\Delta q(g_3(t), p^*(t)) + D_Xq(g_X(t), p^*(t)) \end{aligned} \quad (7)$$

が成立する。 $g_X(t)$  は新規需要者の投入可能資金である。

市場で成立する均衡価格や均衡取引量は常に変化している。好況期には一般に両者ともに大きな値となり、不況期には両者ともに縮小する。以下では市場の状況によって在庫からの放出や在庫への追加がどのように変動するか、また在庫からの放出や在庫への追加が変化すれば市場の均衡がどのように変わるか、を市場のいくつかの局面を対象に検討する。

## 2. 市場の膨脹

バブルに象徴される急速な市場価格の高騰や取引量の増大はどのような要因によって発生するのであろうか。市場の膨脹は需給両面から生じるが、まず上記の分類にしたがって供給面から考える。

### 2-1. 膨脹時の需給の一般的特徴

供給は3種類の源から発生するが、一時的在庫は販売のために待機している

供給源であり、市場価格の動きに敏感に反応する。少しでも利益が生じれば直ちに売却に向かうためにその供給関数は一般に他の供給関数に比べ低い価格でも反応を始め、価格の上昇にしたがって迅速に供給量を拡大する。

短期的在庫は市場価格がかなり上昇しある程度の利益が発生すれば放出される。一時的在庫より市場価格への反応開始が遅く、一時的在庫で利益が生じる部分がすべて放出された後も供給され続ける可能性がある。市場価格の連続的な上昇が続けば短期的在庫から連続的な供給が続く可能性があり、市場の拡大を支える供給源である。

長期在庫は資産としての保有や経営維持を目的にしているために市場価格の動きには鈍感であるが、大幅な価格上昇や連続的な急伸時には保有銘柄変更や利益確定のために放出される。長期在庫は大量に保有されていることが多く、市場の大幅な拡大を導くことがある。

需要面については供給とは異なり市場価格以外に資金面がかなり影響する。どれだけ資金を投入することができるかが価格の上昇と取引量の拡大に大きく関係するが、この資金源は、①供給者としての株式の売却、②外部からの調達、の2種類に分けられ、急速な市場の膨脹は②の外部からの追加的な資金によることが多い。

需要は新たな需要者の需要と3種類の在庫への追加によって構成される。新たな需要者の需要量は市場価格と購入可能資金によって決められるが、市場が急伸しているときは、さらに市場価格が上昇することを予想して外部から多くの資金が投入されることが多い。購入可能資金は、借入れ、他の銘柄や資産の売却等によって調達され、価格上昇差益を目指すために、購入分は一時的在庫に追加されることが多い。ときには資産としての保有や経営支配のために新規に参加することがあるが、市場の急伸期には価格差益を目指すのがほとんどであると考えられる。

一時的在庫への追加を目指す需要者は価格上昇差益を求めており、急伸する市場では新規の需要者と同様に借入れ、他の銘柄や資産の売却等によって得た



資金を使用するが、それ以外にこれまでの売却によって得た資金の留保分を投入し、極力購入を増大しようとする。自己資金以外に新たに外部資金を調達し、市場への投入資金を増大させる。

短期的在庫への追加を目指す需要者は少額の利益は考慮しないが急伸期の大幅な価格上昇差益には注目し、新たな需要者や一時的在庫への追加を目指す需要者と同様に、借入れ、他の銘柄や資産の売却、これまでの売却の留保等によって得た資金を投入し、極力購入を増大しようとする。過去の売却の留保分以外に新たな外部資金調達に努力し、市場の拡大に寄与する。

長期在庫への追加を目指す需要者は、一般的な市場の変動には反応しないが急伸期の大幅な価格上昇には注目する。しかし他の需要者とは異なり長期的な保有を目的とするために、将来の価格の動きを慎重に考慮し、有意義であれば購入に向かう、したがって市場の急伸にも安易には資金を投入せず、市場の拡大に寄与するかどうかは不確定である。

## 2-2. 膨脹時の需給の数式的表現

具体的な分析のために市場の膨脹時の需給を数式で表現する。市場の状況により多様な表現が考えられるが、ここでは一次式により表される場合を想定する。このとき例えば供給量は

$$\begin{aligned}
 Sq(t) &= Z \nabla q(p(t)) \\
 &= Z_1 \nabla q(p(t)) + Z_2 \nabla q(p(t)) + Z_3 \nabla q(p(t)) \\
 &= a_1 p(t) - a_2 + b_1 p(t) - b_2 + c_1 p(t) - c_2,
 \end{aligned} \tag{8}$$

需要量は

$$\begin{aligned}
 Dq(t) &= Z_1 \Delta q(g_1(t), p(t)) + Z_2 \Delta q(g_2(t), p(t)) \\
 &\quad + Z_3 \Delta q(g_3(t), p(t)) + D_X q(g_X(t), p(t)) \\
 &= -\alpha_1 p(t) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(t) / p(t)) - \beta_1 p(t) + \beta_2 + \beta_3 (g_2(t) / p(t)) \\
 &\quad - \gamma_1 p(t) + \gamma_2 + \gamma_3 (g_3(t) / p(t)) - \delta_1 p(t) + \delta_2 + \delta_3 (g_X(t) / p(t))
 \end{aligned} \tag{9}$$

と表すことができる。ここですべての係数や価格  $p(t)$ 、資金量  $g(t)$  は正の値を想定している。

供給関数は立て軸に数量  $q(t)$ 、横軸に価格  $p(t)$  をとれば、価格が 0 であれば供給が発生しないために 1 次関数の定数項  $-a_2, -b_2, -c_2$  はすべて負になり、価格が上昇すれば供給量が増大するために係数  $a_1, b_1, c_1$  はすべて正である。供給関数は定数項が負の右上がりの直線であり、正の一定価格で始めて供給が発生する。

需要関数は立て軸に数量  $q(t)$ 、横軸に価格  $p(t)$  をとれば、価格が 0 であれば最大の需要が発生し、1 次関数の定数項  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \delta_2$  はすべて正になる。価格が上昇すれば需要量が減少するために係数  $-\alpha_1, -\beta_1, -\gamma_1, -\delta_1$  はすべて負である。需要量にはこれ以外に資金量に関連する項が加わる。各需要の最初の 2 項は資金量には無関係な各時点の通常需要量であるが、第 3 項は資金量による需要量の増大項目で、各時点の一定資金量  $g(t)$  のもとで価格が上昇すれば需要量が減少することを表している。需要関数は資金に無関係な一次関数で表現される項と資金に関連する逆関数で表現される項の和である。

### 2-3. 膨脹時の需給の均衡

上記の需給関数のもとで  $t = 1$  時点の均衡が価格  $p^*(1)$ 、数量  $q^*(1)$  で成立したと仮定する。このとき  $S^*q(1) = D^*q(1)$  であるために次のような関係が成立している。

$$\begin{aligned} & a_1 p^*(1) - a_2 + b_1 p^*(1) - b_2 + c_1 p^*(1) - c_2 \\ &= -\alpha_1 p^*(1) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(1) / p^*(1)) - \beta_1 p^*(1) + \beta_2 + \beta_3 (g_2(1) / p^*(1)) \\ & \quad - \gamma_1 p^*(1) + \gamma_2 + \gamma_3 (g_3(1) / p^*(1)) - \delta_1 p^*(1) + \delta_2 \\ & \quad + \delta_3 (g_X(1) / p^*(1)) \end{aligned} \quad (10)$$

この  $t = 1$  時点は価格上昇の出発点であり、短期や長期の需給者は市場に関与していないと仮定すれば、一時的在庫の需給者の間だけで均衡が成立し、

$$a_1 p^*(1) - a_2 = -\alpha_1 p^*(1) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(1) / p^*(1)) \quad (11)$$

となる。

さらに次の  $t = 2$  時点も一時的在庫の需給者の間だけで均衡が成立し、係数は  $t = 1$  時点も同じであるとすれば、

$$a_1 p^*(2) - a_2 = -\alpha_1 p^*(2) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(2) / p^*(2)) \quad (12)$$

となる。ここで  $t = 2$  時点では  $t = 1$  時点に比べ均衡価格が上昇すれば、

$$a_1 p^*(1) - a_2 < a_1 p^*(2) - a_2$$

$$a_1 p^*(1) < a_1 p^*(2)$$

であるために、一時的在庫の放出量と保有量が増大している。需要面は

$$-\alpha_1 p^*(1) + \alpha_2 > -\alpha_1 p^*(2) + \alpha_2$$

$$-\alpha_1 p^*(1) > -\alpha_1 p^*(2)$$

であるために、一時的在庫の放出量と保有量が増大すれば、

$$\alpha_3 (g_1(1) / p^*(1)) < \alpha_3 (g_1(2) / p^*(2))$$

$$(g_1(1) / p^*(1)) < (g_1(2) / p^*(2))$$

であり、均衡価格が上昇しているにもかかわらず右辺が大きくなるのは、

$$g_1(1) < g_1(2)$$

であり、均衡価格の上昇率以上に資金の増加率が大きい、すなわち

$$(g_1(2) / g_1(1)) > (p^*(2) / p^*(1)) \quad (13)$$

であることを意味している。したがって通常の需給関数が不変で均衡価格が上昇して行くためには投入可能資金が連続的に増加して行かなければならない。

## 2-4. 膨脹時の在庫相互の関連

需給に関連する三種類の在庫は市場の拡大に対応して適宜放出や追加を行う。現実の市場では三種類の在庫の動きは複雑に錯綜するが、理論的にはどのように動くと考えられるかを以下で検討する。

### 2-4-1. 短期的在庫への追加的需要の発生

3 時点で一時的在庫だけではなく短期的在庫が関与を始めれば、どのような状

況のもとで均衡取引量の増大と均衡価格の上昇がみられるであろうか。

3 時点に均衡価格が上昇すれば供給は①一時的在庫, ②短期的在庫, の二面から発生する可能性があるが, 市場の拡張がさほど大きくない時点では, 特別な利益が生じたときや経営支配等の緊急な場合以外には一般に短期的在庫や長期在庫からの放出は少ないと考えられる。したがってこの段階では供給は一時的在庫からだけ発生する。他方需要は供給以上に価格の動きに敏感なために, 一時的在庫以外に短期的在庫への追加需要が発生する。したがって取引は

$$\begin{aligned} a_1 p^*(3) - a_2 = & -\alpha_1 p^*(3) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(3) / p^*(3)) \\ & -\beta_1 p^*(3) + \beta_2 + \beta_3 (g_2(3) / p^*(3)) \end{aligned} \quad (14)$$

として成立する。

通常の需給関数が同一であれば, 均衡価格が上昇するために一時的在庫からの供給量は2時点に比べさらに増加するが, 一時的在庫への追加のための通常の需要は減少し, 取引の増加部分は一時的在庫の投入可能資金が増大するか, 短期的在庫への追加需要によって吸収される。均衡価格の上昇率以上に一時的在庫の投入可能資金の上昇率が大きくならなければ短期的在庫への追加によって吸収される。したがってこのような状況のもとでは一般に一時的在庫以上に長く保有される需要が市場の拡大に寄与し始める。

## 2-4-2. 短期的在庫からの供給の発生

次に4時点には需要が大きく増大したために供給が短期的在庫からも行われ始めるようになったときには, 均衡価格が連続的に上昇するために長期在庫への追加需要も発生する。このとき取引は

$$\begin{aligned} a_1 p^*(4) - a_2 + b_1 p^*(4) - b_2 \\ = & -\alpha_1 p^*(4) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(4) / p^*(4)) - \beta_1 p^*(4) + \beta_2 + \beta_3 (g_2(4) / p^*(4)) \\ & -\gamma_1 p^*(4) + \gamma_2 + \gamma_3 (g_3(4) / p^*(4)) \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

均衡価格が連続的に上昇するために一時的在庫からの供給量はさらに増加す

るが、最近購入した一時的在庫はさほど利益を生まないために放出量は相対的に低下し、かなりの利益が生じるようになった短期的在庫からの供給が始まる。需要は価格の上昇のために一時的在庫や短期的在庫への追加需要は、通常の需要はいずれも減少し、投入可能資金にも限界が生じるが、将来の大幅な価格上昇を予想した長期在庫への追加が発生する。投入可能資金量は在庫の種類によって異なり、投入可能資金量が大きいほど需要の増大が長く持続する。

### 2-4-3. 長期在庫からの供給の発生

さらに5時点にも需要が増大し大幅な利益が発生するようになれば、長期在庫からも供給されるようになる。均衡価格が連続的に上昇するために新たな需要が発生する。このとき取引は

$$\begin{aligned}
 & a_1 p^*(5) - a_2 + b_1 p^*(5) - b_2 + c_1 p^*(5) - c_2 \\
 & = -\alpha_1 p^*(5) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(5) / p^*(5)) - \beta_1 p^*(5) + \beta_2 + \beta_3 (g_2(5) / p^*(5)) \\
 & \quad - \gamma_1 p^*(5) + \gamma_2 + \gamma_3 (g_3(5) / p^*(5)) - \delta_1 p^*(5) + \delta_2 \\
 & \quad + \delta_3 (g_X(5) / p^*(5))
 \end{aligned} \tag{16}$$

となる。

均衡価格の連続的な上昇のために一時的在庫や短期的在庫からの供給には限界が生じるが、大幅な利益の確定を求め長期在庫からの放出が始まる。需要は価格のかなり長い期間の上昇のために一時的在庫や短期的在庫、長期在庫への追加需要はいずれも相対的に減少し、新たな需要が需要の不足分を補い始める。在庫の保有者は連続的な価格上昇で将来のさらなる上昇への疑問や資金の不足のために追加需要を相対的に低下させるが、新たな需要への参入者はこれまでの市場の状況を詳しく知らず、資金的にも余裕があるために、高い価格でも購入する。

## 3. 市場の膨脹からの反転

新規の需要も停滞し始める頃需要の増大は限界に達し、均衡価格は頂点で一

定値を維持するようになる。この天井のもとでは取引価格が変化しないために供給関数が同じで供給量が同一水準を維持しても、先行きへの不安のために通常の需要関数の変形や投入可能資金の減少が発生する。投入可能資金は在庫の放出や外部からの調達によって得られるが、一般に平均水準以上の多額を長く維持することは困難であり、需要の減少は資金面の制約によることが多い。

6 時点に均衡価格がかなり低下すれば、損失の発生を嫌う長期在庫や短期的在庫からの放出が停止し、先行きを懸念する一時的在庫からだけ放出が行われ、新規の需要、長期在庫、短期的在庫への追加需要は消失し、価格の反転を予想する一時的在庫への追加だけが求められる。需給関数の形状が不変であれば、6 時点の均衡状態では、

$$a_1 p^*(6) - a_2 = -\alpha_1 p^*(6) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(6) / p^*(6)) \quad (17)$$

が成立している。次の7 時点にさらに均衡価格が低下すれば、

$$a_1 p^*(7) - a_2 = -\alpha_1 p^*(7) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(7) / p^*(7)) \quad (18)$$

となる。6 時点と7 時点を比較すれば、均衡価格が低下しているために供給量は減少し、

$$a_1 p^*(6) - a_2 > a_1 p^*(7) - a_2$$

であり、通常の需要は

$$-\alpha_1 p^*(6) + \alpha_2 < -\alpha_1 p^*(7) + \alpha_2$$

と増大しているが、投入可能資金に関連する需要が大きく減少する。均衡価格が低下するために投入可能資金が同じであれば需要量は増大するが、市場の不安のために投入可能資金が大きく減少し、均衡価格の低下率以上に投入可能資金の低下率が大きくなる。すなわち

$$(p^*(7) / p^*(6)) > (g_1(7) / g_1(6)) \quad (19)$$

となる。

#### 4. 市場の縮小からの反転

次に市場が縮小から上昇に転じる状況を考える。市場の底では供給が大幅に

減少し、借入金の返済や経営資金の調達、先行き不安等による収支を考慮しない一時的在庫からの放出が唯一の供給源であり、需要も価格上昇の期待が極端に薄れているために、通常の需要や瞬間的な価格の変動で利益を上げようとする目的的な投資家の一時的在庫への追加需要が発生するだけである。

8 時点に均衡価格が底値にあるとき、需給は

$$a_1 p^*(8) - a_2 = -\alpha_1 p^*(8) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(8) / p^*(8)) \quad (20)$$

となっている。底値でも通常の需要以外に思惑買いのための需要が発生するために最低価格に対応する  $\alpha_3 (g_1(8) / p^*(8))$  が存在するが、通常の需給関数が一定であれば均衡価格が低下するために供給がさらに減少し通常の需要が増加するために投入可能資金に関連する需要が7時点よりさらに大幅に減少する。

9 時点に均衡価格が底値から少し上昇すれば、需給は

$$a_1 p^*(9) - a_2 = -\alpha_1 p^*(9) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(9) / p^*(9)) \quad (21)$$

となり、8 時点に比べ左辺の供給は価格上昇のために増大する。右辺の通常の需要は8 時点に比べ減少し、投入可能資金に関連する需要も資金が増大しなければ価格上昇のために減少するが、将来を期待した資金の増大のためにこの需要は増大し、通常の需要の減少分を補填し、供給の増大分を吸収する。

## 5. 均衡の水準とその推移

均衡価格や均衡取引量の水準は需給関数の状態や投入可能資金額によって異なり、時間の経過のなかで需給関数や投入可能資金額が変化すれば均衡値は変遷する。以下では関数の状態によって均衡水準や均衡値がどのように変化するかを考える。

### 5-1. 均衡価格と均衡取引量の値

1 時点の均衡は

$$a_1 p^*(1) - a_2 = -\alpha_1 p^*(1) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(1) / p^*(1)) \quad (11)$$

として成立しているが、このとき (11) を均衡価格  $p^*(1)$  について整理すれば、

$$(a_1 + \alpha_1)p^{*2}(1) - (a_2 + \alpha_2)p^*(1) - \alpha_3 g_1(1) = 0 \quad (22)$$

であり、(22) が成立するためには均衡価格は

$$p^*(1) = \frac{(a_2 + \alpha_2) \pm \sqrt{(a_2 + \alpha_2)^2 + 4(a_1 + \alpha_1)\alpha_3 g_1(1)}}{2(a_1 + \alpha_1)}$$

でなければならない。 $p^*(1)$  と  $g_1(1)$  および係数はすべて 0 より大きいために根号内は正の値になるが、均衡価格が正であるために、分子も正にならなければならない。 $\pm$  の負の値をとれば、分子も負になるために、正の値だけが採用される。すなわち均衡価格は

$$p^*(1) = \frac{(a_2 + \alpha_2) + \sqrt{(a_2 + \alpha_2)^2 + 4(a_1 + \alpha_1)\alpha_3 g_1(1)}}{2(a_1 + \alpha_1)} \quad (23)$$

となる。

(23) から、①一時的在庫からの価格についての放出量の係数と一時的在庫への通常の需要の価格についての係数が大きいほど均衡価格は低くなり、②一時的在庫からの価格に無関係な放出量の定数と一時的在庫への通常の需要の価格に無関係な定数が大きいほど均衡価格は高くなり、③投入可能資金とそれに関する係数が大きいほど均衡価格は高くなる、といえる。

(11) の左辺に (23) を代入すれば、均衡取引量  $q^*(1)$  は、

$$\begin{aligned} a_1 \left\{ \frac{(a_2 + \alpha_2) + \sqrt{(a_2 + \alpha_2)^2 + 4(a_1 + \alpha_1)\alpha_3 g_1(1)}}{2(a_1 + \alpha_1)} \right\} - a_2 \\ = \left\{ \frac{(a_2 + \alpha_2) + \sqrt{(a_2 + \alpha_2)^2 + 4(a_1 + \alpha_1)\alpha_3 g_1(1)}}{2 + (\alpha_1 / a_1)} \right\} - a_2 \end{aligned} \quad (24)$$

であり、(24) から、①一時的在庫からの価格についての放出量の係数  $a_1$  と一時的在庫への通常の需要の定数  $\alpha_2$  が大きいほど均衡取引量は大きくなり、②投入可能資金とそれに関する係数が大きいほど均衡価格は大きくなる、といえる。

したがって均衡価格と均衡取引量の両者が常に大きな値を取るのは、①一時的在庫への通常の需要の定数  $\alpha_2$  が大きく、②投入可能資金とそれに関する係数が大きい、ときであり、同じ市場循環の局面でも係数や定数、投入可能資金、の



状況によって市場で成立する均衡価格と均衡取引量は異なる。

## 5-2. 均衡価格と均衡取引量の推移

1 時点と 2 時点では一時的在庫の放出と追加の需給によって

$$a_1 p^*(1) - a_2 = -\alpha_1 p^*(1) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(1) / p^*(1)) \quad (11)$$

$$a_1 p^*(2) - a_2 = -\alpha_1 p^*(2) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(2) / p^*(2)) \quad (12)$$

が成立している。このとき 2 時点では 1 時点より均衡価格と均衡取引量の両者の値が大きくなり、係数や定数が不変であれば、そのような状況をもたらしているのは唯一投入可能資金量の変化であり、上記のように均衡価格の上昇率以上に投入可能資金が増大しているからである。それでは短期的在庫への追加需要が発生する 3 時点では均衡価格と均衡取引量の両者の値が大きくなるためにはどのような状況が生じているのであろうか。

2 時点と 3 時点では

$$a_1 p^*(2) - a_2 = -\alpha_1 p^*(2) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(2) / p^*(2)) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} a_1 p^*(3) - a_2 &= -\alpha_1 p^*(3) + \alpha_2 + \alpha_3 (g_1(3) / p^*(3)) \\ &\quad - \beta_1 p^*(3) + \beta_2 + \beta_3 (g_2(3) / p^*(3)) \end{aligned} \quad (14)$$

が成立している。2 時点の均衡価格  $p^*(2)$  は (23) から

$$p^*(2) = \frac{(a_2 + \alpha_2) + \sqrt{(a_2 + \alpha_2)^2 + 4(a_1 + \alpha_1)\alpha_3 g_1(2)}}{2(a_1 + \alpha_1)} \quad (25)$$

であり、均衡取引量  $q^*(2)$  は (24) から

$$q^*(2) = \left\{ \frac{(a_2 + \alpha_2) + \sqrt{(a_2 + \alpha_2)^2 + 4(a_1 + \alpha_1)\alpha_3 g_1(2)}}{2(a_1 + \alpha_1)} \right\} - a_2 \quad (26)$$

であるが、3 時点の均衡価格  $p^*(3)$  は

$$A = a_1 + \alpha_1 + \beta_1, \quad B = a_2 + \alpha_2 + \beta_2, \quad C = \alpha_3 g_1(3) + \beta_3 g_2(3)$$

と表現すれば、

$$p^*(3) = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} \quad (27)$$

であり、均衡取引量  $q^*(3)$  は (14) の左辺  $(a_1 p^*(3) - a_2)$  に (27) を代入し、

$$q^*(3) = a_1 \left\{ \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} \right\} - a_2 \quad (28)$$

である。

3 時点の均衡価格が 2 時点の均衡価格より高くなるためには

$$\begin{aligned} p^*(2) &= \frac{(a_2 + \alpha_2) + \sqrt{(a_2 + \alpha_2)^2 + 4(a_1 + \alpha_1)\alpha_3 g_1(2)}}{2(a_1 + \alpha_1)} \\ &< p^*(3) = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} \end{aligned} \quad (29)$$

が成立しなければならないが、そのためには  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  と  $\beta_3 g_2(3)$  の相対的な値が問題になる。他の係数や定数の大きさにかかわらず (29) が成立するためには、 $g_2(3)$  が特に大きな値である必要がある。

3 時点の均衡取引量が 2 時点の均衡取引量より大きくなるためには

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{(a_2 + \alpha_2) + \sqrt{(a_2 + \alpha_2)^2 + 4(a_1 + \alpha_1)\alpha_3 g_1(2)}}{2 + (\alpha_1 / a_1)} \right\} - a_2 \\ &< a_1 \left\{ \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} \right\} - a_2 \end{aligned} \quad (30)$$

が成立しなければならないが、他の係数や定数の大きさにかかわらず (30) が成立するためには、均衡価格と同様に  $g_2(3)$  が特に大きな値である必要がある。

### 5-3. 関数の係数や定数が増変するときの均衡の推移

上記では 1 時点と 2 時点の均衡はいずれも需給関数の形状が同じで係数や定数も同一であると想定している。もし関数の係数や定数が増変すれば、均衡価格と均衡取引量の値がいずれも拡大して行くためにはどのような状況が生じているのであろうか。

関数の形状が同じ一次式で係数や定数だけが変化すれば、1 時点と 2 時点の均衡は

$$a_1(1)p^*(1) - a_2(1) = -\alpha_1(1)p^*(1) + \alpha_2(1) + \alpha_3(1)(g_1(1)/p^*(1)) \quad (31)$$

$$a_1(2)p^*(2) - a_2(2) = -\alpha_1(2)p^*(2) + \alpha_2(2) + \alpha_3(2)(g_1(2)/p^*(2)) \quad (32)$$

と表されることができる。このとき

$$A(t) = a_1(t) + \alpha_1(t), \quad B(t) = a_2(t) + \alpha_2(t),$$

$$C(t) = \alpha_3(t)g_1(t)$$

と表せば、1 時点の均衡価格  $p^*(1)$  は、

$$p^*(1) = \frac{B(1) + \sqrt{B(1)^2 + 4A(1)C(1)}}{2A(1)}, \quad (33)$$

2 時点の均衡価格  $p^*(2)$  は

$$p^*(2) = \frac{B(2) + \sqrt{B(2)^2 + 4A(2)C(2)}}{2A(2)} \quad (34)$$

である。 $p^*(1) < p^*(2)$  となるためには、 $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  だけの動きに着目しても多様であるが、もっとも明確な場合の例は、①  $A(1) = A(2)$ ,  $B(2) > B(1)$ ,  $C(1) = C(2)$ , ②  $A(1) = A(2)$ ,  $B(2) > B(1)$ ,  $C(1) > C(2)$  等であり、関数が不変な上記の場合は、 $A(1) = A(2)$ ,  $B(2) = B(1)$ ,  $C(1) > C(2)$  であったが、ここでは①のように投入可能資金に関する項が不変でも  $B(2) > B(1)$  が増大すれば均衡価格が上昇する。

1 時点の均衡取引量  $q^*(1)$  は、(31) の左辺に (33) を代入して得ることができる、

$$q^*(1) = a_1(1) \left\{ \frac{B(1) + \sqrt{B(1)^2 + 4A(1)C(1)}}{2A(1)} \right\} - a_2(1) \quad (35)$$

であり、2 時点の均衡取引量  $q^*(2)$  も同様に (32) の左辺に (34) を代入して得ることができる、

$$q^*(2) = a_1(2) \left\{ \frac{B(2) + \sqrt{B(2)^2 + 4A(2)C(2)}}{2A(2)} \right\} - a_2(2) \quad (36)$$

である。 $q^*(1) < q^*(2)$  となるのは  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  だけの動きに着目しても均衡価格と同様に多様であるが、もっとも明確な場合の例は、①  $A(1)$

$= A(2)$ ,  $B(2) > B(1)$ ,  $C(1) = C(2)$ ,  $a_1(1) = a_1(2)$ ,  $a_2(1) = a_2(2)$ , ②  
 $A(1) = A(2)$ ,  $B(2) > B(1)$ ,  $C(1) > C(2)$ ,  $a_1(1) = a_1(2)$ ,  $a_2(1) = a_2(2)$ ,  
 等である。したがって均衡価格と均衡取引量の両者が拡大するためには、均衡  
 価格上昇の条件に  $a_1(1) = a_1(2)$ ,  $a_2(1) = a_2(2)$  のような追加的な条件が加わ  
 る。

### 参考文献

- Abreu, Dilip, and Markus K. Brunnermeier, “Bubbles and Crashes”, *Econometrica*, 71(2003), 173–204.
- Chambers, Marcus J., and Roy E. Bailey, “A Theory of Commodity Price Fluctuations”, *Journal of Political Economy*, 104(1996), 924–57.
- Diba, Behzad T. and Herschel I. Grossman, “The Theory of Rational Bubbles in Stock Prices,” *Economic Journal*, 98(1988), 746–54.
- Evans, George W., “Pitfalls in Testing for Explosive Bubbles in Asset Prices,” *American Economic Review*, 81(1991), 922–930.
- Froot, Kenneth A. and Maurice Obstfeld, “Intrinsic Bubbles: The Case of Stock Prices,” *American Economic Review*, 81(1991), 1189–1214.
- Gennotte, Gerard, and Hayne Leland, “Market Liquidity, Hedging, and Crashes”, *American Economic Review*, 80(1990), 999–1021.
- Goetzmann, William N., “Patterns in three Centuries of Stock Market Prices,” *Journal of Business*, 66(1993), 249–270.
- Jovanovic, Boyan, and Glenn M. MacDonald, “The Life Cycle of a Competitive Industry”, *Journal of Political Economy*, 102(1994), 322–47.
- Kamstra, Mark J., Lisa A. Kramer, and Maurice D. Levi, “Winter Blues: A SAD Stock Market Cycle”, *American Economic Review*, 93(2003), 324–43.
- Kashyap, Anil, Owen A. Lamont, and Jeremy C. Stein, “Credit Conditions and the Cyclical Behavior of Inventories”, *Quarterly Journal of Economics*, 109(1994), 565–92.
- Laroque, Guy, and Guillaume Rabault, “The Inventory Cycle: From Theory to Empirical Evidence”, *Economic Journal*, 105(1995), 283–301.
- Odean, Terrance, “Volume, Volatility, Price, and Profit when all Traders Are above Average”, *Journal of Finance*, 53(1998), 1887–1934.
- Topol, Richard, “Bubbles and Volatility of Stock Prices: Effect of Mimetic Contagion,” *Economic Journal*, 101(1991), 786–800.